

Автономная некоммерческая организация высшего образования
«Поволжский православный институт имени Святителя Алексия,
митрополита Московского»

Кафедра педагогики и психологии

УТВЕРЖДАЮ
Ректор _____
протоиерей Димитрий Лескин
« 28 » 06 20 19 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Направление подготовки **38.03.01 Экономика**

Направленность (профиль) **Экономика предприятий и организаций**

Квалификация выпускника **бакалавр**

Тольятти
2019

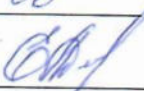
Рабочая программа разработана на основании федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 38.03.01 Экономика, (уровень бакалавриата), утвержденного приказом Минобрнауки России от 12.11.2015 № 1327 (зарегистрировано в Минюсте России 30.11.2015, № 39906); учебного плана по направлению подготовки 38.03.01 Экономика, направленность (профиль) «Экономика предприятий и организаций».

Составители рабочей программы: Бахусова Е.В., к.п.н., доцент

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры педагогики и психологии

(протокол № 10 от «26» 06 20 19 г.)

Заведующий кафедрой


(подпись)

Е.А. Денисова

Информация об актуализации рабочей программы дисциплины:

Протокол заседания кафедры № _____ от "____" _____ 20____ г.

Протокол заседания кафедры № _____ от "____" _____ 20____ г.

Протокол заседания кафедры № _____ от "____" _____ 20____ г.

СОГЛАСОВАНО

Руководитель управления
образовательных программ


(подпись)

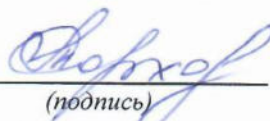
В.В. Козлякова

Зав. библиотекой


(подпись)

Т.Н. Козловская

Руководитель ООП


(подпись)

А.Н. Торхова

Оглавление

1.	ПАСПОРТ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ	4
1.1.	Цели и задачи изучения дисциплины	4
1.2.	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы	4
1.3.	Место дисциплины в структуре образовательной программы	5
1.4.	Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся	5
2.	СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ	6
2.2.	Содержание разделов дисциплины	7
3.	УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ	8
3.1.	Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	8
3.2.	Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины	10
3.3.	Перечень информационных технологий, программного обеспечения и информационных справочных систем	10
3.4.	Сведения о материально-техническом обеспечении дисциплины	10
4.	ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДИСЦИПЛИНЫ	11
4.1.	Описание показателей, критериев и шкал оценивания компетенций	11
4.2.	Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания компетенций	12
5.	МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ	22

1. ПАСПОРТ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Цели и задачи изучения дисциплины

Целями освоения дисциплины являются: приобретение и формирование у будущих бакалавров экономики базовых математических знаний, необходимых для освоения дисциплин профессионального цикла; развитие и формирование компонентов мышления – уровней, кругозора и культуры, которые понадобятся как для дальнейшей успешной работы, так и для совершенствования знаний.

Задачи:

1. Научиться использовать математическую символику для выражения количественных и качественных отношений между элементами математических моделей;
2. Освоить основные понятия и методы линейной алгебры, необходимые для решения экономических задач
3. Научиться демонстрировать знание основных разделов курса линейной алгебры, проводить доказательства математических утверждений.
4. Научиться переводить на математический язык простейшие проблемы, поставленные в экономических терминах профессиональных дисциплин.
5. Развить логику математического мышления, необходимую для формирования суждений по соответствующим профессиональным, социальным и научным проблемам.
6. Овладеть методами анализа и синтеза изучаемых явлений и процессов.
7. Овладеть способами доказательств утверждений и теорем как основной составляющей когнитивной и коммуникативной функцией.

1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Результаты обучения	
ОПК-3 способность выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы	знать	Экономические интерпретации основных математических понятий курса линейной алгебры; алгоритмы, схемы, методы и рекомендации для решения типовых математически формализованных задач;
	уметь	Производить основные операции над матрицами и векторами, решать системы линейных уравнений различными методами, работать с линейными операторами и квадратичными формами; теоретически обосновывать применимость методов решения к типовым задачам курса; проводить самостоятельный поиск и выбор необходимых для решения задач формул, схем, алгоритмов применять нестандартный подход к решению задач и обосновывать ограничения области применения такого подхода

	владеть	Навыками записи текстовых задач в матричной форме, через линейные операторы; теоретически обосновывать применимость методов решения к типовым задачам курса; проводить самостоятельный поиск и выбор необходимых для решения задач формул, схем, алгоритмов применять нестандартный подход к решению задач и обосновывать ограничения области применения такого подхода
--	---------	---

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Данная дисциплина относится к базовой части учебного плана по направлению подготовки 38.03.01 Экономика, направленность (профиль) «Экономика предприятий и организаций».

Освоение дисциплины «Линейная алгебра» предполагает наличие у студентов знаний, умений и навыков школьного курса алгебры и начал математического анализа.

Дисциплина «Линейная алгебра» является базовым предметом для изучения таких математических и профессиональных дисциплин, как: «Методы прогнозирования и принятия решений», «Экономико-математическое моделирование».

1.4. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Количество зачетных единиц	4									
Часов по учебному плану	144									
Виды контроля в семестрах:	Экзамены		Зачеты		Курсовые работы		Контрольные работы			
	I						I			

Курс	1		2		3		4		5		Итого
Семестр	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Зачетных единиц по семестрам	4										4
Лекции (ч)	4										4
Лабораторные (ч.)											
Практические (ч.)	4										4
Контактная работа студента с преподавателем (ч.)	8										8
Сам.работа (ч.)	127										127
Контроль	9										9
Итого (ч.)	144										144

2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Раздел (модуль)	Количество академических часов – всего	из них			
		Лекций	Лабораторных	Практических	Самостоятельная работа
Модуль 1. Матрицы и определители	32	1		1	30
Тема 1.1. Основные сведения о матрицах. Операции над матрицами.	9	1		1	7
Тема 1.2. Определители квадратных матриц. Свойства определителей.	8				8
Тема 1.3. Обратная матрица.	8				8
Тема 1.4. Ранг матрицы.	7				7
Модуль 2. Системы линейных уравнений	33	1		1	31
Тема 2.1. Системы линейных уравнений с неизвестными. Метод обратной матрицы. Формулы Крамера.	9	1		1	7
Тема 2.2. Системы линейных уравнений с неизвестными. Метод Гаусса.	9				9
Тема 2.3. Системы линейных однородных уравнений.	8				8
Тема 2.4. Фундаментальная система решений.	7				7
Модуль 3. Элементы аналитической геометрии.	32	1		1	30
Тема 3.1. Уравнение линии на плоскости. Различные способы задания прямой линии на плоскости.	9	1		1	7
Тема 3.2. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.	7				7
Тема 3.3. Уравнения окружности и эллипса.	8				8
Тема 3.4. Уравнения гиперболы и параболы.	8				8
Модуль 4. Элементы матричного анализа.	32	1		1	30
Тема 4.1. n-мерный вектор и векторное пространство.	8	1		1	6
Тема 4.2. размерность и базис векторного пространства. Переход к новому базису.	6				6
Тема 4.3. Евклидово пространство	6				6
Тема 4.4. Линейные операторы.	6				6
Тема 4.5. Квадратичные формы.	6				6
Модуль 5. Применение элементов линейной алгебры к решению экономических задач	6				6
Подготовка к экзамену	9				
Итого	144	4		4	127

2.2.Содержание разделов дисциплины

Модуль 1. Матрицы и определители

Тема 1.1. Основные сведения о матрицах. Операции над матрицами

Понятие матрицы. Виды матриц. Единичная матрица. Операции над матрицами: умножение матрицы на число, сложение и вычитание матриц, умножение матриц, операция транспонирования. Свойства операций над матрицами.

Тема 1.2. Определители квадратных матриц. Свойства определителей

Понятие определителя 1, 2 и 3 порядка. Определение минора и алгебраического дополнения элемента матрицы. Определение определителя произвольного порядка. Свойства определителей.

Тема 1.3. Обратная матрица

Определение обратной матрицы. Необходимое и достаточное условие существования обратной матрицы. Алгоритм вычисления обратной матрицы.

Тема 1.4. Ранг матрицы

Определение минора k -порядка. Определение ранга матрицы. Теорема о ранге матрицы.

Модуль 2. Системы линейных уравнений

Тема 2.1. Системы n линейных уравнений с n неизвестными. Метод обратной матрицы. Формулы Крамера

Основные понятия и определения. Метод обратной матрицы. Теорема Крамера. Формулы Крамера.

Тема 2.2. Системы m линейных уравнений с n неизвестными. Метод Гаусса

Основные понятия и определения. Прямой и обратный ход метода Гаусса. Теорема Кронекера - Капелли.

Тема 2.3. Системы линейных однородных уравнений

Основные понятия и определения. Методы решения однородных систем линейных уравнений.

Тема 2.4. Фундаментальная система решений.

Определение фундаментальной системы решений. Теорема о фундаментальной системе решений.

Модуль 3. Элементы аналитической геометрии.

Тема 3.1. Уравнение линии на плоскости. Различные способы задания прямой линии на плоскости

Уравнение линии на плоскости. Общее уравнение прямой. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки. Каноническое уравнение прямой. Уравнение прямой линии с угловым коэффициентом. Уравнение прямой в отрезках.

Тема 3.2. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых

Формула косинуса угла между прямыми, заданными общими уравнениями, каноническими уравнениями, уравнениями с угловым коэффициентом. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.

Тема 3.3. Уравнения окружности и эллипса

Определение окружности. Общее и каноническое уравнение окружности. Определение эллипса. Вершины эллипса. Полуоси эллипса. Фокусы и эксцентриситет эллипса. Каноническое уравнение эллипса.

Тема 3.4. Уравнения гиперболы и параболы

Определение гиперболы. Каноническое уравнение гиперболы. Полуоси и асимптоты гиперболы. Центр, вершины и фокусы гиперболы. Определение параболы. Каноническое уравнение параболы. Параметр параболы. Вершина параболы. Директриса параболы.

Модуль 4. Элементы матричного анализа

Тема 4.1. n -мерный вектор и векторное пространство

Определение n -мерного вектора. Определение векторного пространства. Примеры векторных пространств.

Тема 4.2. Размерность и базис векторного пространства. Переход к новому базису

Определение линейно зависимых векторов. Определение базиса линейного пространства. Размерность линейного пространства. Переход к новому базису.

Тема 4.3. Евклидово пространство

Определение скалярного произведения векторов. Длина вектора. Определение евклидова пространства векторов. Ортонормированный базис пространства.

Тема 4.4. Линейные операторы

Определение линейного оператора. Матрица линейного оператора. Теорема о матрице линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.

Тема 4.5. Квадратичные формы

Определение квадратичной формы. Канонический вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичной формы.

Модуль 5. Применение элементов линейной алгебры к решению экономических задач

Линейная модель обмена. Задача оптимального распределения ресурсов. Задача о назначениях. Задача об эффективном использовании производственных площадей.

3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

3.1.1. Основная литература

1. Буров, А.Н. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.Н. Буров, Э.Г. Соснина. - Новосибирск : НГТУ, 2012. - 186 с. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=228751>
2. Протасов, Ю.М. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : курс лекций для студентов заочного отделения / Ю.М. Протасов. - М. : Флинта, 2012. - 168 с. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=115117>
3. Туганбаев, А.А. Линейная алгебра [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.А. Туганбаев. - М. : Флинта, 2012. - 74 с. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=115141>

3.1.2. Дополнительная литература

1. Балдин, К.В. Высшая математика [Электронный ресурс] : учебник / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рокосуев ; под ред. К.В. Балдин. - М. : Флинта, 2010. - 360 с. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=79497>
2. Бугров, Я.С. Сборник задач по высшей математике [Электронный ресурс] : учебное пособие / Я.С. Бугров, С.М. Никольский. - 4-е изд. - М. : Физматлит, 2001. - 301 с. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=67851>
3. Вебер, Г. Энциклопедия элементарной математики Книги 2 и 3. Тригонометрия, аналитическая геометрия, стереометрия [Электронный ресурс] / Г. Вебер, В. Якобсталь ; под ред. В.Ф. Каган. - Одесса : Mathesis, 1910. - Т. 2. Энциклопедия элементарной геометрии. - 323 с. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=101252>

4. Высшая математика [Электронный ресурс] : курс лекций / В.И. Горелов, Т.Н. Ледашева, О.Л. Карелова, О.Н. Ледашева ; Российская международная академия туризма ; под общ. ред. В.И. Горелов. - М. : Российская международная академия туризма, 2011. - 262 с. : ил. - Библиогр. в кн. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=258232>
5. Высшая математика для экономистов [Электронный ресурс] : учебник / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин, М.Н. Фридман ; под ред. Н.Ш. Кремер. - 3-е изд. - М. : Юнити-Дана, 2015. - 482 с. : граф. - («Золотой фонд российских учебников»). - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=114541>
6. Высшая математика: линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : конспект лекций / . - Кемерово : КемГУКИ, 2011. - 71 с. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=227693>
7. Дэлл, Р.В. Справочная книга по математике для инженеров и студентов ВТУЗОВ [Электронный ресурс] / Р.В. Дэлл ; под ред. А.М. Журавский ; пер. С.С. Ерман, И.З. Марголин. - Москва ; Ленинград : Государственное технико-теоретическое изд-во, 1933. - 940 с. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=111399>
8. Кострикин, А.И. Введение в алгебру [Электронный ресурс] : учебник / А.И. Кострикин. - М. : МЦНМО, 2009. - Ч. 2. Линейная алгебра. - 368 с. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63144>
9. Кузнецов, Б.Т. Математика [Электронный ресурс] : учебник / Б.Т. Кузнецов. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Юнити-Дана, 2015. - 719 с. : ил., табл., граф. - (Высшее профессиональное образование: Экономика и управление). - Библиогр. в кн. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=114717>
10. Магазинников, Л.И. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебное пособие / Л.И. Магазинников, А.Л. Магазинникова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Томский Государственный Университет Систем Управления и Радиоэлектроники (ТУСУР). - Томск : Эль Контент, 2012. - 180 с. : табл., схем. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=208684>
11. Математика в экономике [Электронный ресурс] : учебник / . - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Финансы и статистика, 2011. - Ч. 1. Линейная алгебра, аналитическая геометрия и линейное программирование. - 384 с. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=86079>
12. Матыцина, Т.Н. Линейная алгебра [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / Т.Н. Матыцина, Е.К. Коржевина ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Костромской государственный университет имени Н. А. Некрасова. - Кострома : КГУ им. Н. А. Некрасова, 2015. - 151 с. : ил., табл., схем. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275642>
13. Туганбаев, А.А. Задачи и упражнения по высшей математике для студентов гуманитарных специальностей [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.А. Туганбаев. - 5-е изд., испр. и доп. - М. : Флинта, 2012. - 400 с. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=115143>
14. Углирж, Ю.Г. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебное пособие / Ю.Г. Углирж. - Омск : Омский государственный университет, 2013. - 148 с. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=238212>
15. Чернова, Н.М. Введение в линейную алгебру [Электронный ресурс] / Н.М. Чернова. - М. : Интернет-Университет Информационных Технологий, 2007. - 94 с. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=233752>

3.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Учебно-образовательная физико-математическая библиотека.- Режим доступа: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm>

3.3. Перечень информационных технологий, программного обеспечения и информационных справочных систем

3.3.1 Перечень информационных технологий:

- демонстрация изображений, презентаций, видеофильмов, прослушивание аудиозаписей с помощью мультимедийных средств
- поиск информации с использованием сети Интернет;
- тестовые системы для диагностики уровня знаний (компьютерное тестирование);
- выполнение учебных заданий с использованием электронного офиса;
- использование электронной информационно-образовательной среды института, образовательных ресурсов по дисциплине в электронной системе управления обучением Moodle.

3.3.2 Перечень программного обеспечения:

Наименование программного обеспечения	Лицензионное программное обеспечение	Свободно распространяемое программное обеспечение
Операционная система MS Windows	+	
Электронный офис MS Office	+	
Программный пакет для работы с электронной интерактивной доской SmartNotebook	+	
Электронная система управления обучением Moodle		+

3.3.3. Перечень информационных справочных систем, профессиональных баз данных:

1. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека онлайн». – Режим доступа: www.biblioclub.ru.
2. Национальный цифровой ресурс – Режим доступа: <http://rucont.ru/>

3.4. Сведения о материально-техническом обеспечении дисциплины

Помещение для учебных занятий	Технические средства обучения, мультимедийное оборудование, лабораторное оборудование
Аудитория для проведения занятий лекционного типа, практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной	Учебные аудитории, укомплектованные мебелью и техническими средствами обучения (электронная интерактивная доска или медиаоборудование и проекционный экран)

аттестации	
Аудитория для самостоятельной работы	Компьютерный класс, оснащенный компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Интернет и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду института

4. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Описание показателей, критериев и шкал оценивания компетенций

Код контролируемой компетенции (или ее части)	Контролируемые разделы/темы дисциплины	Формы учебной работы	Оценочные средства
ОПК-3	Раздел (модуль) 1. Матрицы и определители	Изучение учебной литературы по темам модуля Решение задач	Контрольная работа
ОПК-3	Раздел (модуль) 2. Системы линейных уравнений.	Изучение учебной литературы по темам модуля Решение задач	
ОПК-3	Раздел (модуль) 3. Элементы аналитической геометрии	Изучение учебной литературы по темам модуля Решение задач	
ОПК-3	Раздел (модуль) 4. Элементы матричного анализа.	Изучение учебной литературы по темам модуля Решение задач	
ОПК-3	Подготовка к промежуточной аттестации	Подготовка к экзамену	Экзамен

Для студентов-заочников лекции и практические занятия, организуемые во время сессий, носят преимущественно обзорный характер. Их цель – обратить внимание на общую схему построения курса, выделить важнейшие понятия, указать главные практические приложения и факты из истории науки. На лекциях могут быть более подробно разобраны отдельные вопросы программы, недостаточно полно освещённые в рекомендуемых пособиях.

На практических занятиях рассматриваются типовые задачи и примеры, дается образец решения варианта контрольной работы с методическими указаниями и рекомендациями по ее выполнению и оформлению.

Основным видом учебной работы является самостоятельная работа. Она складывается из чтения учебника, выполнения контрольной работы по модулям курса и решения экономических задач с использованием элементов линейной алгебры, в процессе рецензирования которых преподавателем осуществляется *текущий контроль успеваемости*. При оценивании применяется традиционная шкала: «неудовлетворительно»-«удовлетворительно»-«хорошо»-«отлично».

Изучение дисциплины «Линейная алгебра» заканчивается экзаменом. Для получения допуска к экзамену студент должен решить контрольную работу и задачи по экономике, решаемые с использованием элементов линейной алгебры, на положительную оценку.

Задания, содержащиеся в экзаменационном билете, имеют дифференцированный характер для проверки результатов освоения дисциплины: первое задание содержит

вопрос на проверку обученности ЗНАТЬ, второе задание содержит задачу на проверку обученности УМЕТЬ, третье задание содержит задачу на проверку обученности ВЛАДЕТЬ. Вопросы и задания на проверку обученности ЗНАТЬ, УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ, а также критерии оценки представлены в фонде оценочных средств. Итоговая оценка за ответ на экзаменационный билет вычисляется как среднее значение оценок за три вопроса билета.

Критерии оценки ответов на вопросы (проверка обученности ЗНАТЬ):

- оценка «отлично» выставляется студенту, если студент корректно формулирует все математические понятия и утверждения, умеет приводить примеры.
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если студент формулирует все математические понятия и утверждения, но допускает незначительные неточности, умеет приводить примеры.
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если студент формулирует математические понятия и утверждения, но допускает значительные неточности или не умеет приводить примеры.
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если студент не умеет формулировать математические понятия.

Критерии оценки решения задач (проверка обученности УМЕТЬ):

- оценка «отлично» выставляется студенту, если все задачи решены корректно или если задача решена в целом верно, но допущена несущественная арифметическая ошибка или присутствует незначительный недочет.
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если задача решается правильным методом, без грубых методологических ошибок, но в ней допущены ошибки, существенно повлиявшие на результат, или же задача не доведена до получения окончательного результата.
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если в задаче намечен путь решения, но само она не решена, или же допущена грубая ошибка, приведшая к полностью неверному выводу.
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если в задаче намечен неверный путь решения.

Критерии оценки решения задач (проверка обученности ВЛАДЕТЬ):

- оценка «отлично» выставляется студенту, если корректно подобраны алгоритмы и методы решения и решение доведено до конца, сделаны выводы.
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если задача решается правильным методом, без грубых методологических ошибок, но в ней допущены ошибки, существенно повлиявшие на результат, или же задача не доведена до получения окончательного результата.
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если в задаче намечен путь решения, но само она не решена, или же допущена грубая ошибка, приведшая к полностью неверному выводу.
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если в задаче намечен неверный путь решения или задача не решена.

4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания компетенций

Перечень оценочных средств

1. Примерные задания для контрольных работ по модулям дисциплины.

- Задачи по экономике, решаемые с использованием элементов линейной алгебры.
- Вопросы и задания к экзамену.

Фонд оценочных средств для текущего контроля

1. Примерные задания для контрольных работ по модулям дисциплины

Модуль 1. Матрицы и определители

1. Умножить матрицы:

$$\begin{array}{lll} \text{а)} & \text{в)} & \text{с)} \end{array} \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{е)} \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot (1 \quad -2 \quad -3)$$

2. Вычислите АВт-ВАт, если:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} & \text{в)} \end{array} \quad A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad A := \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \\ -3 & 5 & -1 \end{pmatrix}$$

3. Найти $f(A)$, если дано $f(x)$ и матрица A :

$$\begin{array}{lll} \text{а)} & \text{в)} & \text{с)} \end{array} \quad f(x) := x^2 - 9x + 20, \quad f(x) := x^2 - 12, \quad f(x) := x^2 - x - 1, \\ A := \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad A := \begin{pmatrix} -5 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 8 & 0 & 4 \end{pmatrix}, \quad A := \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Модуль 2. Системы линейных уравнений

1. Решить системы линейных уравнений методом Крамера:

$$\text{а)} \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$$

2. Решить системы линейных уравнений методом обратной матрицы:

$$\text{а)} \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 29 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 10 \end{cases}$$

3. Решить системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$a) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 5x_3 - x_4 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 6x_3 + x_4 = 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 16x_3 - x_4 = 15 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = -1 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1 \end{cases}$$

Модуль 3: Элементы аналитической геометрии.

1. Проверить, лежат ли на прямой $2x+y-3=0$ точки $A(1,-1)$, $B(1,1)$, $C(2,-1)$, $D(3,3)$.
2. Определить точки пересечения прямой l с осями координат и построить эти прямые, если:
 - a) $l: 3x+2y-6=0$; в) $3x-4y+12=0$; з) $2x+5y+10=0$.
3. Найти точки пересечения прямых: а) $3x-y+2=0$ и $x+2y+3=0$; в) $2x+3y-7=0$ и $3x-5y-1=0$.
4. Каков угловой коэффициент прямой $2x+5y-3=0$? Какой угол (острый или тупой) образует эта прямая с осью OX ?
5. Определить угол, образованный прямыми: а) $3x-y+5=0$ и $x+2y-7=0$; в) $6x-2y+5=0$ и $x-2y+3=0$.
6. Среди прямых укажите параллельные и перпендикулярные: $l_1: 3x-2y+7=0$; $l_2: 6x-4y-97=0$; $l_3: 6x+4y-5=0$; $l_4: 2x+3y-6=0$.
7. При каком A параллельны прямые: $Ax+3y-1=0$ и $5x-6y-7=0$?
8. Дана прямая $3x+4y-5=0$. Какой угловой коэффициент будет иметь параллельная и перпендикулярная ей прямые?
9. Построить уравнение прямой по следующим данным:
 - a) Прямая проходит через точки $M(3,-2)$ и $N(4,5)$.
 - b) Прямая отсекает на осях Ox и Oy соответственно отрезки 4 и -3.
 - c) Прямая проходит через точку $M(3,-2)$ и $N(4,5)$.
 - d) Прямая проходит через точку $M(3,-2)$ под углом 45° к прямой $3x-5y+1=0$.
10. Даны вершины треугольника ABC : $A(-6,5)$, $B(4,-3)$, $C(5,4)$. Составить: 1) уравнение стороны AB ; 2) уравнение высоты BH ; 3) уравнение медианы CM .
11. Проверить, лежит ли точка $M(1,2,3)$ на плоскости $x+3y-z=0$.
12. Найти объём пирамиды, ограниченной координатными плоскостями и плоскостью $3x+3y-z-3=0$.
13. Составить уравнение плоскости, имеющей нормальный вектор \vec{n} и проходящей через точку $M(1,1,-1)$.
14. Точка $M(4,-1,-3)$ служит основанием перпендикуляра, опущенного из начала координат на плоскость. Составить уравнение этой плоскости.
15. Составить уравнение плоскости, проходящей через ось OX и точку $M(1,-3,4)$.
16. Составить уравнение плоскости, параллельной плоскости OXZ и проходящей через точку
 - a. $M(1,-1,4)$.
17. Являются ли параллельными плоскости $2x-3y+z-1=0$ и $2x-3y-z=0$?
18. Являются ли перпендикулярными плоскости $2x-3y+z-1=0$ и $x-y-5z-20=0$?
19. Показать, что прямая $x+1=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+1}{3}$ перпендикулярна плоскости $2x-4y+6z-31=0$.

20. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1, -1, 2)$ перпендикулярно прямой
21. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z-4}{-1}$.
22. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(2, -3, 5)$ параллельно прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{3}$.
23. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(-1, 2, -4)$ параллельно вектору $\vec{s}(-2, 4, 5)$.
24. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(-1, 2, 4)$ и $B(0, 2, 3)$.

Модуль 4. Элементы матричного анализа

- Выяснить, являются ли векторы a_1 , a_2 и a_3 линейно зависимыми:
 - $a_1 = (2; -1; 3)$, $a_2 = (1; 4; -1)$, $a_3 = (0; -9; 5)$.
 - $a_1 = (1; 2; 0)$, $a_2 = (3; -1; 1)$, $a_3 = (0; 1; 1)$.
- Докажите что векторы $a = (1, 2, 3)$, $b = (1, 4, 6)$ и $c = (1, 0, 2)$ образуют базис пространства R^3 .
- Найти координаты вектора $d = (3, -2, 5)$ в базисе (a, b, c) (координаты вектора d заданы в базисе (e_1, e_2, e_3))
- Пусть $E(e_1, e_2, e_3)$ ортонормированный базис линейного пространства.
- Определить угол между векторами $a = 2e_1 - e_2 + 3e_3$ и $b = e_1 - 2e_2 - 2e_3$.
- Найти длину вектора $c = 4e_1 - e_2 + 3e_3$.
- Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора заданного в некотором базисе матрицей A .

$$A := \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$
- Выяснить, можно ли привести матрицу A линейного оператора к диагональному виду переходом к новому базису. Найти этот базис и соответствующую ему диагональную форму матрицы.
- Нормируйте вектор $a = (4, 1, -2)$;
- Найдите угол между векторами $a_1 = (1, 1, -1)$, $a_2 = (2, -3, 0)$.

2. Задачи по экономике, решаемые с использованием элементов линейной алгебры

- В таблице 1 приведены данные о дневной производительности 5 предприятий холдинга, выпускающих 4 вида продукции с потреблением 3 видов сырья, а также продолжительность работы каждого предприятия за год и цена каждого вида сырья. Требуется определить: 1) годовую производительность каждого предприятия по каждому виду изделий; 2) годовую потребность каждого предприятия в каждом виде сырья; 3) годовую сумму финансирования каждого предприятия для закупки сырья, необходимого для выпуска продукции указанных видов и количеств.

ТАБЛИЦА 1

Вид изд- я, №	Производительность предприятий, изд./день					Затраты видов сырья, ед. веса/изд.		
	1	2	3	4	5	1	2	3

1	4	5	3	6	7	2	3	4
2	0	2	4	3	0	3	5	6
3	8	15	0	4	6	4	4	5
4	3	10	7	5	3	5	8	6
Количество рабочих дней за год						Цены видов сырья ден. ед\ед веса		
1	2	3	4	5		1	2	3
200	150	170	120	140		40	50	60

2. Предприятие выпускает 4 вида изделий с использованием 4 видов сырья. Нормы расхода сырья даны как элементы матрицы A (a_{ij} - расход j -го вида сырья для производства i -го вида изделия). Требуется найти затраты сырья на каждый вид изделия при заданном плане их выпуска: 60, 50, 35 и 40 ед.

$$A := \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 5 & 6 \\ 7 & 2 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 6 & 8 \end{pmatrix}$$

3. Пусть затраты 4-х видов сырья на выпуск 4-х видов продукции характеризуются матрицей A , приведённой в предыдущей задаче. Требуется найти: 1) общие затраты на сырьё для каждого вида продукции и его перевозку; 2) общие затраты на сырьё и его транспортировку при условии заданного вектора-плана предыдущей задачи, если известны себестоимости каждого вида сырья и его доставки (соответственно 4, 6, 5, 8 и 2, 1, 3, 2 ден. ед).
4. (задача прогноза выпуска продукции по запасам сырья) Предприятие выпускает три вида продукции, используя сырьё трёх типов. Необходимые характеристики производства приведены в таблице 2. Требуется определить объём выпуска продукции каждого вида при заданных запасах сырья.

ТАБЛИЦА 2

Вид сырья	Расход сырья по видам продукции, вес. Ед./изд.			Запас сырья, вес. Ед.
	1	2	3	
1	6	4	5	2400
2	4	3	1	1450
3	5	2	3	1550

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации

Вопросы и задания к экзамену

1) Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ

1. Понятие матрицы. Виды матриц. Транспонирование матрицы. Равенство матриц. Алгебраические операции над матрицами: умножение на число, сложение, умножение матриц.
2. Определители 2, 3 и n -го порядков (определения и их свойства). Теорема Лапласа о разложении определителя по элементам строки или столбца.
3. Квадратная матрица и ее определитель. Особенная и неособенная квадратные матрицы. Присоединенная матрица. Матрица, обратная данной, и алгоритм ее вычисления.
4. Понятие минора k -го порядка. Ранг матрицы (определение). Вычисление ранга матрицы с помощью элементарных преобразований. Пример.

5. Линейная независимость строк (столбцов) матрицы. Теорема о ранге матрицы.
6. Система p линейных уравнений с p переменными (общий вид). Матричная форма записи такой системы. Решение системы (определение). Совместные и несовместные, определенные и неопределенные системы линейных уравнений.
7. Метод Гаусса решения системы p линейных уравнений с p переменными. Понятие о методе Жордана – Гаусса.
8. Система m линейных уравнений с p переменными. Теорема Кронекера – Капелли. Условие определенности и неопределенности любой системы линейных уравнений.
9. Базисные (основные) и свободные (неосновные) переменные системы m линейных уравнений с p переменными. Базисное решение.
10. Система линейных однородных уравнений и ее решения. Условие существования ненулевых решений такой системы.
11. Векторы на плоскости и в пространстве (геометрические векторы). Линейные операции над векторами (сложение, умножение вектора на число). Коллинеарные и компланарные векторы.
12. Скалярное произведение двух векторов (определение) и его выражение в координатной форме. Угол между векторами.
13. n -мерный вектор. Линейная комбинация, линейная зависимость и независимость векторов.
14. Векторное (линейное) пространство. Его размерность и базис. Теорема о существовании и единственности разложения вектора линейного пространства по векторам базиса.
15. Скалярное произведение векторов в n -мерном пространстве. Евклидово пространство. Длина (норма) вектора.
16. Ортогональные векторы. Ортогональный и ортонормированный базисы. Теорема о существовании ортонормированного базиса в евклидовом пространстве.
17. Определение оператора. Понятие линейного оператора. Образ и прообраз векторов.
18. Матрица линейного оператора в заданном базисе: связь между вектором x и образом y . Ранг оператора. Операции над линейными операторами. Нулевой и тождественный операторы.
19. Собственные векторы и собственные значения оператора $A \sim (матрицы A)$. Характеристический многочлен оператора и его характеристическое уравнение.
20. Матрица линейного оператора в базисе, состоящем из его собственных значений. Пример.
21. Квадратичная форма (определение). Матрица квадратичной формы. Ранг квадратичной формы. Пример.
22. Квадратичная форма (канонический вид). Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Пример. Закон инерции квадратичных форм.
23. Положительно и отрицательно определенная, знакоопределенная квадратичные формы. Критерии знакоопределенности квадратичной формы (через собственные значения ее матрицы и по критерию Сильвестра).
24. Уравнение линии на плоскости. Точка пересечения двух линий. Основные виды уравнений прямой на плоскости (одно из них вывести).
25. Общее уравнение прямой на плоскости, его исследование. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
26. Кривые второго порядка, их общее уравнение. Нормальное уравнение окружности. Каноническое уравнение эллипса. Геометрический смысл параметров окружности и эллипса.

27. Канонические уравнения гиперболы и параболы. Геометрический смысл их параметров. Уравнение асимптот гиперболы. График обратно-пропорциональной зависимости и квадратного трехчлена.
28. Общее уравнение плоскости в пространстве и его частные случаи. Нормальный вектор плоскости. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.
29. Уравнения прямой линии в пространстве как линии пересечения двух плоскостей. Канонические уравнения прямой. Направляющий вектор прямой. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых в пространстве.
30. Углы между двумя плоскостями, двумя прямыми, между прямой и плоскостью. Условия их параллельности и перпендикулярности
31. n-мерный вектор. Векторное пространство.
32. Линейная зависимость векторов.
33. Базис линейного пространства.
34. Размерность линейного пространства.
35. Евклидово пространства.
36. Линейный оператор.
37. Квадратичная форма

2) Задания для проверки уровня обученности УМЕТЬ

Модуль 1. Матрицы и определители

1. Уметь умножить матрицы:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} & \text{b)} & \text{c)} \\ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \end{array}$$

2. Уметь выполнять действия над матрицами. Вычислите $AB^T - BA^T$, если:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & \text{b)} \\ A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} & B := \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad A := \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \\ -3 & 5 & -1 \end{pmatrix} \end{array}$$

3. Найти $f(A)$, если дано $f(x)$ и матрица A :

$$\begin{array}{lll} \text{a)} & \text{b)} & \text{c)} \\ f(x) := x^2 - 9x + 20, & f(x) := x^2 - 12, & f(x) := x^2 - x - 1, \\ A := \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}; & A := \begin{pmatrix} -5 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 8 & 0 & 4 \end{pmatrix}; & A := \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}. \end{array}$$

5. Уметь находить определитель матрицы. Найти определитель матрицы A из задания 2.
6. Уметь находить обратную матрицу. Найти обратную матрицу для матрицы B из задания 2.
7. Уметь находить ранг матрицы. Найти ранги матриц A и B из задания 2.

Модуль 2. Системы линейных уравнений

4. Решить системы линейных уравнений методом Крамера:

$$a) \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$$

5. Решить системы линейных уравнений методом обратной матрицы:

$$a) \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 29 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 10 \end{cases}$$

6. Решить системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$a) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 5x_3 - x_4 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 6x_3 + x_4 = 5 \\ 4x_1 + 3x_2 + 16x_3 - x_4 = 15 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = -1 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1 \end{cases}$$

Модуль 3: Элементы аналитической геометрии

25. Проверить, лежат ли на прямой $2x+y-3=0$ точки А(1,-1), В(1,1), С (2,-1), Д(3,3).

26. Определить точки пересечения прямой l с осями координат и построить эти прямые, если:

$$a) l: 3x+2y-6=0; \text{ в) } 3x-4y+12=0; \text{ г) } 2x+5y+10=0.$$

27. Найти точки пересечения прямых: а) $3x-y+2=0$ и $x+2y+3=0$; в) $2x+3y-7=0$ и $3x-5y-1=0$.

28. Каков угловой коэффициент прямой $2x+5y-3=0$? Какой угол (острый или тупой) образует эта прямая с осью ОХ?

29. Определить угол, образованный прямыми: а) $3x-y+5=0$ и $x+2y-7=0$; в) $6x-2y+5=0$ и $x-2y+3=0$.

30. Среди прямых укажите параллельные и перпендикулярные: $l_1: 3x-2y+7=0$; $l_2: 6x-4y-9=0$; $l_3: 6x+4y-5=0$; $l_4: 2x+3y-6=0$.

31. При каком А параллельны прямые: $Ax+3y-1=0$ и $5x-6y-7=0$?

32. Дана прямая $3x+4y-5=0$. Какой угловой коэффициент будет иметь параллельная и перпендикулярная ей прямые?

33. Построить уравнение прямой по следующим данным:

е) Прямая проходит через точки М(3,-2) и N(4,5).

ф) Прямая отсекает на осях Ох и Оу соответственно отрезки 4 и -3.

г) Прямая проходит через точку М(3,-2) и N(4,5).

- h) Прямая проходит через точку $M(3, -2)$ под углом 45° к прямой $3x - 5y + 1 = 0$.
34. Даны вершины треугольника ABC: $A(-6, 5)$, $B(4, -3)$, $C(5, 4)$.
Составить: 1) уравнение стороны AB; 2) уравнение высоты BH; 3) уравнение медианы CM.
35. Проверить, лежит ли точка $M(1, 2, 3)$ на плоскости $x + 3y - z = 0$.
36. Найти объем пирамиды, ограниченной координатными плоскостями и плоскостью $3x + 3y - z - 3 = 0$.
37. Составить уравнение плоскости, имеющей нормальный вектор \vec{n} и проходящей через точку $M(1, 1, -1)$.
38. Точка $M(4, -1, -3)$ служит основанием перпендикуляра, опущенного из начала координат на плоскость. Составить уравнение этой плоскости.
39. Составить уравнение плоскости, проходящей через ось OX и точку $M(1, -3, 4)$.
40. Составить уравнение плоскости, параллельной плоскости OXZ и проходящей через точку
а. $M(1, -1, 4)$.
41. Являются ли параллельными плоскости $2x - 3y + z - 1 = 0$ и $2x - 3y - z = 0$?
42. Являются ли перпендикулярными плоскости $2x - 3y + z - 1 = 0$ и $x - y - 5z - 20 = 0$?
43. Показать, что прямая $x + 1 = \frac{y - 1}{-2} = \frac{z + 1}{3}$ перпендикулярна плоскости $2x - 4y + 6z - 31 = 0$.
44. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1, -1, 2)$ перпендикулярно прямой
45. $\frac{x + 1}{2} = \frac{y - 2}{-4} = \frac{z - 4}{-1}$.
46. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(2, -3, 5)$ параллельно прямой $\frac{x - 1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{3}$.
47. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(-1, 2, -4)$ параллельно вектору $\vec{s}(-2, 4, 5)$.
48. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(-1, 2, 4)$ и $B(0, 2, 3)$.

Модуль 4. Элементы матричного анализа.

11. Выяснить, являются ли векторы a_1 , a_2 и a_3 линейно зависимыми:
а. $a_1 = (2; -1; 3)$, $a_2 = (1; 4; -1)$, $a_3 = (0; -9; 5)$.
б. $a_1 = (1; 2; 0)$, $a_2 = (3; -1; 1)$, $a_3 = (0; 1; 1)$.
12. Докажите что векторы $\mathbf{a} = (1, 2, 3)$, $\mathbf{b} = (1, 4, 6)$ и $\mathbf{c} = (1, 0, 2)$ образуют базис пространства R^3 .
13. Найти координаты вектора $\mathbf{d} = (3, -2, 5)$ в базисе $(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c})$ (координаты вектора \mathbf{d} заданы в базисе (e_1, e_2, e_3))
14. Пусть $E(e_1, e_2, e_3)$ ортонормированный базис линейного пространства.
15. Определить угол между векторами $\mathbf{a} = 2e_1 - e_2 + 3e_3$ и $\mathbf{b} = e_1 - 2e_2 - 2e_3$.
16. Найти длину вектора $\mathbf{c} = 4e_1 - e_2 + 3e_3$.
17. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора заданного в некотором базисе матрицей A.
$$A := \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$
18. Выяснить, можно ли привести матрицу A линейного оператора к диагональному виду переходом к новому базису. Найти этот базис и соответствующую ему диагональную форму матрицы.
19. Нормируйте вектор $\mathbf{a} = (4, 1, -2)$;

20. Найдите угол между векторами $\mathbf{a}_1=(1,1,-1)$, $\mathbf{a}_2=(2,-3,0)$.

3) Задания для проверки уровня обученности ВЛАДЕТЬ

1. В таблице 1 приведены данные о дневной производительности 5 предприятий холдинга, выпускающих 4 вида продукции с потреблением 3 видов сырья, а также продолжительность работы каждого предприятия за год и цена каждого вида сырья. Требуется определить: 1) годовую производительность каждого предприятия по каждому виду изделий; 2) годовую потребность каждого предприятия в каждом виде сырья; 3) годовую сумму финансирования каждого предприятия для закупки сырья, необходимого для выпуска продукции указанных видов и количеств.

ТАБЛИЦА 1

Вид изд-я, №	Производительность предприятий, изд./день					Затраты видов сырья, ед. веса/изд.		
	1	2	3	4	5	1	2	3
1	4	5	3	6	7	2	3	4
2	0	2	4	3	0	3	5	6
3	8	15	0	4	6	4	4	5
4	3	10	7	5	3	5	8	6
Количество рабочих дней за год						Цены видов сырья ден. ед/ед веса		
1	2	3	4	5		1	2	3
200	150	170	120	140		40	50	60

2. Предприятие выпускает 4 вида изделий с использованием 4 видов сырья. Нормы расхода сырья даны как элементы матрицы A (a_{ij} - расход j -го вида сырья для производства i -го вида изделия). Требуется найти затраты сырья на каждый вид изделия при заданном плане их выпуска: 60, 50, 35 и 40 ед.

$$A := \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 5 & 6 \\ 7 & 2 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 6 & 8 \end{pmatrix}$$

3. Пусть затраты 4-х видов сырья на выпуск 4-х видов продукции характеризуются матрицей A , приведённой в предыдущей задаче. Требуется найти: 1) общие затраты на сырьё для каждого вида продукции и его перевозку; 2) общие затраты на сырьё и его транспортировку при условии заданного вектора-плана предыдущей задачи, если известны себестоимости каждого вида сырья и его доставки (соответственно 4, 6, 5, 8 и 2, 1, 3, 2 ден. ед).

4. (задача прогноза выпуска продукции по запасам сырья) Предприятие выпускает три вида продукции, используя сырьё трёх типов. Необходимые характеристики производства приведены в таблице 2. Требуется определить объём выпуска продукции каждого вида при заданных запасах сырья.

ТАБЛИЦА 2

Вид сырья	Расход сырья по видам продукции, вес. Ед./изд.			Запас сырья, вес. Ед.
	1	2	3	
1	6	4	5	2400
2	4	3	1	1450
3	5	2	3	1550

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Организация самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Самостоятельная работа студентов планируется, исходя из двух базовых задач: подготовки к практическим занятиям и выполнения учебных заданий, связанных с текущим контролем и промежуточной аттестацией.

Целью организации самостоятельной работы студента является получение глубоких дополнительных знаний о предметной области и приобретение умений по основам самостоятельной работы.

Самостоятельная работа студентов направлена на решение следующих задач:

- 1) выработка навыков работы с математической литературой;
- 2) формирование логического мышления и алгоритмического мышления, развитие способности работать с символическими записями;
- 3) умение решать задачи по линейной алгебре.

В процессе изучения дисциплины предусматриваются следующие виды учебной работы студентов:

- проработка и осмысление лекционного материала;
- работа с учебниками и учебными пособиями по линейной алгебре;
- самостоятельная проработка ряда тем и вопросов, предусмотренных программой курса, но не раскрытых полностью на лекциях;
- решение задач по темам дисциплины.

Для повышения эффективности самостоятельной работы рекомендуется следующий порядок ее организации. Сначала изучаются теоретические вопросы по соответствующей теме с проработкой, как конспектов лекций, так и учебников. Особое внимание следует обратить на понимание основных понятий и определений. Затем нужно самостоятельно разобрать рассмотренные в лекции примеры, выясняя в деталях практическое значение выученного теоретического материала. После чего еще раз внимательно прочитать все вопросы теории. Полученные знания и умения в процессе самостоятельного изучения дисциплины должны привить навыки работы с источниками научной, а не только учебной литературы, развить способности к использованию понятийного математического аппарата. Самостоятельное изучение тем дисциплины является важнейшим этапом всей работы студента, которая неразрывно связана с аудиторными лекционными и семинарскими занятиями и ведется в соответствии с рабочей программой.

Вид учебных занятий	Организация деятельности студента
Лекция	Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; помечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом занятии. Уделить внимание следующим понятиям (перечисление понятий) и др.
Практические занятия	Проработка рабочей программы, уделяя особое внимание

	целям и задачам структуре и содержанию дисциплины. Конспектирование источников. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы, работа с текстом (указать текст из источника и др.). Решение задач по алгоритму и др.
Выполнение контрольной работы	Контрольная работа является одним из обязательных видов межсессионной самостоятельной работы студента, призванной выработать у студентов навыки самостоятельной работы, научить пользоваться специальной литературой, правильно ориентироваться в нормативном материале и умело применять свои знания к конкретным ситуациям. Решения поставленных задач должны быть полными, то есть должны быть даны ответы на все поставленные вопросы. При этом ответы должны быть аргументированными и обоснованными, при решении надо указать все используемые формулы, формулировки теорем, сделать необходимые рисунки, чертежи и т.т. Для облегчения проверки необходимо, чтобы в текст контрольной были переписаны условия задачи или поставленные в ней вопросы. Задания для выполнения контрольных работ содержатся также в методических указаниях, разрабатываемых на кафедре. Оформляется она по тем же правилам, что и курсовая работа.
Подготовка к экзамену	При подготовке к экзамену необходимо ориентироваться на конспекты лекций, рекомендуемую литературу и др.

Вопросы для самоконтроля по дисциплине

1. Что такое определитель? При каких преобразованиях величина определителя не меняется?
2. В каких случаях определитель равен нулю? Что следует из равенства определителя нулю?
3. Дайте определение минора и алгебраического дополнения элемента определителя. Сформулируйте правило вычисления определителя.
4. Как осуществляются линейные операции над матрицами?
5. Как перемножаются две матрицы? Свойства произведения матриц.
6. Какова схема нахождения обратной матрицы?
7. Дайте определения решения системы линейных алгебраических уравнений. Расшифруйте понятия «совместная», «несовместная», «определённая», «неопределённая» системы.
8. Напишите формулы Крамера. В каком случае они применимы?
9. Что называется рангом матрицы? Как он находится?
10. Сформулируйте теорему Кронекера – Капелли.
11. При каких условиях система линейных алгебраических уравнений имеет множество решений? Когда она имеет единственное решение?
12. Опишите метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
13. Какие неизвестные называются свободными, а какие базисными?
14. Какие особенности решения однородных систем линейных алгебраических уравнений Вы знаете?
15. Как строится фундаментальная система решений?

16. Как выполняются линейные операции над векторами? Каковы свойства этих операций?
17. Какие вектора называются линейно зависимыми, а какие линейно независимыми?
18. Что такое базис? Какие вектора образуют базис на плоскости и в пространстве?
19. Какой базис называют декартовым?
20. Что такое координаты вектора?
21. Что называется скалярным произведением векторов? Каковы его свойства? Для решения каких задач и как оно может быть использовано?
22. Что называется векторным произведением векторов? Каковы его свойства? Для решения каких задач и как оно может быть использовано?
23. Что называется смешанным произведением векторов? Каковы его свойства? Для решения каких задач и как оно может быть использовано?
24. Запишите в векторной и координатной формах условия коллинеарности, ортогональности и компланарности векторов.
25. Прямая линия на плоскости, её общее уравнение
26. Дайте понятие нормального и направляющего векторов прямой на плоскости, углового коэффициента.
27. Запишите различные виды прямой и укажите геометрический смысл параметров уравнения.
28. Запишите условия параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости в случае различных видов уравнений прямых.
29. Как найти точку пересечения прямых на плоскости?
30. Как вычисляется расстояние от точки до прямой на плоскости?
31. Дайте определение эллипса и запишите его каноническое уравнение.
32. Дайте определение гиперболы и запишите её каноническое уравнение.
33. Дайте определение параболы и запишите её каноническое уравнение.
34. Изложите схему приведения общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.
35. Дайте понятие полярной системы координат.
36. Опишите параметрический способ построения линий на плоскости.
37. Плоскость, её общее уравнение.
38. Как определяется взаимное расположение плоскостей? Запишите условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.
39. Как вычисляется расстояние от точки до плоскости?
40. Запишите различные виды уравнений прямой в пространстве и поясните смысл параметров, входящих в уравнения.
41. Изложите схему приведения общих уравнений прямой к каноническому виду.
42. Как определить взаимное расположение прямых в пространстве?
42. Как вычисляется расстояние от точки до прямой в пространстве?
43. Как определить взаимное расположение прямой и плоскости?
44. Как ищется точка пересечения прямой и плоскости?
45. Что такое n -мерный вектор?
46. Что называется векторным пространством?
47. Дайте определение линейной зависимости векторов.
48. Дайте определение базиса линейного пространства.
49. Сформулируйте алгоритм перехода к новому базису.
50. Дайте определение размерности линейного пространства.
51. Сформулируйте определение Евклидова пространства.
52. Дайте определение линейного оператора.
53. Что такое квадратичная форма?

Математические методы и модели в экономических исследованиях

2. Линейное программирование. Постановка задачи.
3. Графический метод.
4. Экономический анализ с использованием графического метода.
5. Симплексный метод.
6. Двойственная задача.
7. Теоремы двойственности.
8. Экономический анализ с использованием теории двойственности.
9. Транспортная задача.
10. Экономический анализ решения транспортных задач.
11. Целочисленное программирование.
12. Задача о назначениях.

Методические рекомендации по выполнению контрольных работ представлены в электронной информационно-образовательной среде АНО ВО «Поволжский православный институт». – Режим доступа:
<http://elearn.pravinst.ru:180/course/view.php?id=23>